

陽明論數積分

第 12 期 積分榜

陽明論數		第12期	
班級	座號	姓名	積分
115	16	陳O男	10
209	06	陳許O燦	10
308	27	黃O穎	10
101	2	吳O豫	9
203	19	游O緒	8
101	09	林O澄	6
203	21	楊O倫	4

8-12 期積分榜 TOP10

陽明論數		第8-12期	
班級	座號	姓名	積分
115	16	陳O男	49
101	09	林O澄	44
209	06	陳許O燦	40
308	27	黃O穎	40
101	2	吳O豫	39
203	21	楊O倫	34
101	05	李O鈞	28
203	19	游O緒	26
209	13	蔣O憲	24
105	10	陳O翔	20
114	15	黃O銓	20
308	19	施O柔	20

陽明論數第 12 期總評

1. 本期題目可以由條件一：整數 及條件三：有限個，發現可用整數論特性配合條件二的關係式來解即可。交稿同學多數方向都很正確。

20906 陳許 O 燦：討論完整周全、清楚明瞭。

30827 黃 O 穎：一目了然、精簡有力又足夠清晰。

11516 陳 O 男：討論方法頗有見地、並能逐一周全完成，值得鼓勵。

10109 林 O 澄：討論完整，稍有瑕疵，但瑕不掩瑜。

20319 游 O 緒：整體步驟清楚扼要，惟 T_2 、 T_3 、 T_7 不等於 1 未能詳盡說明，稍嫌可惜。

以上 5 位寫得都很好，後面將附詳解及 20906 陳許 O 燦同學的優良寫法讓大家參考。

陽明論數第 12 期獎勵

1. 本學期獎勵為陽明論數戳章，將會給予**所有參與同學**一張專用陽明論數證書卡，供參加的所有同學蓋上參加戳章、優良戳章(5-9 分)、傑出戳章(10 分)。**證書與戳章已製作完畢，還請有參與第 8-12 期任何一期的同學來數學科辦公室找賴瑞琪老師拿回原稿並領取證書，未來可用於學習歷程檔案。**

陽明論數

第十二期 20230417

主辦單位：桃園市立陽明高中數學科

2023.04.17 公佈，2023.04.28 中午 12 點 30 分截止

本期問題：

無窮數列 $T_1, T_2, T_3, \dots$ ，並滿足下列條件：

- (1) 每一項 T_n 皆為正整數。
- (2) 對任意正整數 i, j 都有 $T_{i \times j} = T_i + T_j - 1$ 。
- (3) 僅有有限個正整數 i 滿足 $T_i = 1$
- (4) $T_{42} = 5$

試求 T_{2646} 之值。

Sol:

令 $f(n) = T_n$

$$f(a \times b \times c) = f(a) + f(bc) - 1 = f(a) + (f(b) + f(c) - 1) - 1 = f(a) + f(b) + f(c) - 2$$

$$f(42) = f(2 \times 3 \times 7) = f(2) + f(3) + f(7) - 2$$

$$f(2) + f(3) + f(7) = 7$$

若 $f(2)=1$ 則由數學歸納法可知 $f(2^n)=1$ ，與(3)矛盾

因此 $f(2) \neq 1$ ，同理 $f(3) \neq 1, f(7) \neq 1$

故 $(f(2), f(3), f(7)) = (2, 2, 3) \setminus (2, 3, 2) \setminus (3, 2, 2)$

$$f(2646) = f(2 \times 3^3 \times 7^2) = f(2) + f(3^3) + f(7^2) - 2$$

$$= f(2) + (3f(3) - 2) + (2f(7) - 1) - 2$$

$$= f(2) + 3f(3) + 2f(7) - 5$$

$$f(2646) = \underline{9 \text{ 或 } 10 \text{ 或 } 8}$$

陽明論數 答案紙

第 十二 期 本期發布日期: 20230417
班級: 209 座號: 6 姓名: 陳許子燦

主辦單位: 桃園市立陽明高中數學科

注意事項 1: 請使用黑色或藍色原子筆作答

注意事項 2: 請將答案投入數學科辦公室內陽明論數投稿箱中。

sol.

1° 條件 $T_{42}=5$

$$T_{42} = T_{67} = T_6 + T_7 + 1$$

$$= T_{23} + T_7 + 1 = T_2 + T_3 + T_7 + 2 \Rightarrow T_{42} = T_2 + T_3 + T_7 + 2$$
$$\Rightarrow 7 = T_2 + T_3 + T_7$$

2° 假設 $T_2 = 1$ n 個

$$\text{則 } T_{2^n} = T_2 + T_2 + T_2 + \dots + T_2 - (n-1)$$

$$= nT_2 - n + 1 = 1$$

由數學歸納法得知: $T_{2^n} = 1 \ (\forall n \in \mathbb{N}) \Rightarrow$ 矛盾條件 $\Rightarrow$ 僅有有限個正整數, 滿足 $T_i = 1$.

$\therefore T_2 \neq 1 \Rightarrow T_2 \geq 2$, 同理 $T_3, T_7 \geq 2$.

3°

$$T_{2646} = T_{2,3,7}$$

$$= T_2 + T_3 + T_3 + T_3 + T_7 + T_7 - 5$$

$$\Rightarrow T_2 + 3T_3 + 2T_7 - 5$$

$$\text{若 } T_2 = 2, T_3 = 2, T_7 = 3: T_2 + 3T_3 + 2T_7 - 5 = 2 + 6 + 6 - 5 = 9$$

$$\text{若 } T_2 = 2, T_3 = 3, T_7 = 2: T_2 + 3T_3 + 2T_7 - 5 = 2 + 9 + 4 - 5 = 10$$

$$\text{若 } T_2 = 3, T_3 = 2, T_7 = 2: T_2 + 3T_3 + 2T_7 - 5 = 3 + 6 + 4 - 5 = 8$$

$$\Rightarrow T_{2646} = 8, 9, 10 \neq$$

1. 能運用數學歸納法說明

2. 討論完整、清楚

10.