

積分榜

第 28 期 積分榜

總積分前十名

陽明論數		28期
班級	姓名	積分
201	鄒○○	9
201	吳○○	6
201	蔡○○	6

陽明論數	23-28期	總積分榜
班級	姓名	積分
201	鄒○○	59
201	吳○○	56
303	游○○	49
201	李○○	44
103	曹○○	38
301	徐○○	30
309	陳許○○	29
103	曾○○	28
310	張○○	20
202	王○○	10
306	莊○○	10
201	蔡○○	10

※上次有 3 位同學的稿件因時間差未改到，因此總積分分數有調整。

陽明論數第 28 期總評

1. 本次投稿同學偏少，只有 3 位，整體想法大致正確，惟希望過程與原因說明清楚。
2. 第 28 期滿分同學都將獲得陽明論數徽章，歡迎同學於任意時間來數學科辦公室 找賴瑞琪老師，領取徽章與原稿，可製作學習歷程檔案。學期末會頒發戳章證書，總積分前十分另有獎狀。

陽明論數

第廿八期 20240507

主辦單位：桃園市立陽明高中數學科
2024.05.07 公佈，2024.05.17 12 點 30 分截止

本期問題：

有一家公司的股票，它的股價每天不是上漲 $n\%$ ，就是下跌 $n\%$ ，

其中 $0 < n < 100$ 。請問是否存在一個正整數 n ，使得有二個不同的日期出現相同的股價？(要求計算股價時必須精確地計算，不得只取近似值)

有一家公司的股票，它的股價每天不是上漲 $n\%$ ，就是下跌 $n\%$ ，其中 $0 < n < 100$ 。請問是否存在一個正整數 n ，使得有二個不同的日期出現相同的股價？(要求計算股價時必須精確地計算，不得只取近似值)

解一 設 $n\%$ 化為最簡分數為 $\frac{q}{p}$ ，

根據題意，要找出 $\frac{q}{p}$ ，使得 $\left(1 + \frac{q}{p}\right)^a \left(1 - \frac{q}{p}\right)^b = 1$ 有正整數解。

$$\Rightarrow \left(\frac{p+q}{p}\right)^a \left(\frac{p-q}{p}\right)^b = 1$$

$$\text{但 } (p, q) = 1 \Rightarrow (p, p \pm q) = 1 \Rightarrow \left(\frac{p+q}{p}\right)^a \left(\frac{p-q}{p}\right)^b \neq 1$$

所以不存在 $\frac{q}{p}$ ，使得 $\left(1 + \frac{q}{p}\right)^a \left(1 - \frac{q}{p}\right)^b = 1$ 有正整數解；

即不存在一個正整數 n ，使得有二個不同的日期出現相同的股價。

解二 根據題意，要找出 n ，使得 $\left(1 + \frac{n}{100}\right)^a \left(1 - \frac{n}{100}\right)^b = 1$ 有正整數解。

$$\Rightarrow (100+n)^a (100-n)^b = 100^{a+b} = 2^{2a+2b} \cdot 5^{a+b}$$

$$\Rightarrow (100+n)^a \mid 100^{a+b} \Rightarrow (100+n)^a = 2^x \cdot 5^y, \text{ 其中 } x, y \text{ 為正整數。}$$

則 n 只可能為 25、28 或 60

若 $n=25 \Rightarrow 100-n=75=3 \cdot 5^2$ ，有 3 的因數，產生矛盾。

若 $n=28 \Rightarrow 100-n=72=2^3 \cdot 3^2$ ，有 3 的因數，產生矛盾。

若 $n=60 \Rightarrow 100-n=40=2^3 \cdot 5$ ；

$$\text{但 } 160^a \cdot 40^b = 2^{4a+3b} \cdot 5^{a+b} = 2^{2a+2b} \cdot 5^{a+b} \Rightarrow a=b=0, \text{ 不合。}$$

所以不存在一個正整數 n ，使得有二個不同的日期出現相同的股價。