

積分榜

第 29 期 積分榜

陽明論數		29期
班級	姓名	積分
201	鄒○○	10
201	吳○○	10

總積分前十名

陽明論數	23-29期	總積分榜
班級	姓名	積分
201	鄒○○	69
201	吳○○	66
303	游○○	49
201	李○○	44
103	曹○○	38
301	徐○○	30
309	陳許○○	29
103	曾○○	28
310	張○○	20
202	王○○	10
306	莊○○	10
201	蔡○○	10

陽明論數第 29 期總評

- 1.本期為排列組合的題目，細節偏多，需要謹慎細心，201 鄒同學與吳同學表現出色，討論的周到詳細，在檔案後面將附參考答案與此兩位同學的做法給大家參考。
- 2.本期 29 期為本學期陽明論數最後一期，感謝大家的參與，讓我們下學期再一同努力。恭喜積分榜上前十名的同學，我們將會頒發獎狀喔，再次感謝大家踴躍參與。
- 3.第 29 期滿分同學都將獲得陽明論數徽章，歡迎同學於任意時間來數學科辦公室 找賴瑞琪老師，領取徽章與原稿，可製作學習歷程檔案。

陽明論數

第廿九期 20240520

本期問題：

AAAABBBBCCCC 排成一列，同字母不相鄰的排法有多少種？

參考解答：

因為有三種不同字母，每種字母數量超過兩個，若採取反面作法並不直觀，與其反面討論一大堆，不如採取正面討論操作。

先針對 BBBBCCCC 所有可能排法分類，再討論 AAAA 安插進去的方式：

1. BBBB CCCC
2. B B B B C C C C
3. BBB B CCC C
4. BB B B CC C C
5. BB BB CC CC

BBBBCCCC 搭配情況		排列數	A 安插方法	總排法
1B1C	BBBB CCCC	2	0	0
1B2C	不可能	-	-	-
1B3C	CCC BBB C	$2 \times 2 = 4$	0	0
1B4C	不可能	-	-	-
1B5C	CC BBBB CC	2	0	0
2B2C	B C B C B C B C	2	$C_4^9 = 126$	$2 \times 126 = 252$
2B3C	不可能	-	-	-
2B4C	B CC B C B C B	$2 \times 3 = 6$	$C_3^8 = 56$	$6 \times 56 = 336$
2B5C	不可能	-	-	-
3B3C	BBB CCC B C	$2 \times 2 \times 2 = 8$	1	$8 \times 1 = 8$
3B4C	CC BBB C B C	$2 \times 2 \times 3 = 12$	$C_1^6 = 6$	$12 \times 6 = 72$
3B5C	BBB CC B CC	$2 \times 2 \times 2 = 8$	1	$8 \times 1 = 8$
4B4C	BB CC B C B C	$2 \times 3 \times 3 = 18$	$C_2^7 = 21$	$18 \times 21 = 378$
4B5C	BB CC B CC B	$2 \times 3 = 6$	$C_1^6 = 6$	$6 \times 6 = 36$
5B5C	BB CC BB CC	2	1	$2 \times 1 = 2$
	小計	$\frac{8!}{4!4!} = 70$		1092

答：1092

陽明論數 答案紙

第 28 期 本期發布日期: 2024/05/20
 班級: 201 座號: 22 姓名: 鄧秉勳

主辦單位: 桃園市立陽明高中數學科

注意事項 1: 請使用黑色或藍色原子筆作答

注意事項 2: 請將答案投入數學科辦公室內陽明論數投稿箱中。

AAAABBBBCCCC 排成一列, 同字母不相鄰的排法有多少種?

將 4 個 B 插入 AAAA 中 (AAAABBBB 排列)

當此排列同字母不相鄰 (此時 4 個 C 有 $C_4^9 = 126$ 種插入後排法)

$$\begin{array}{ccccccc} \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & & \\ A & A & A & A & & & \\ B & B & B & B & & & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} \text{在 A 堆內} \\ B \text{ 的排法} \end{array} 1 \times \begin{array}{c} \text{在 A 堆外} \\ B \text{ 的排法(種)} \end{array} 2 = 2$$

當此排列同字母有 1 個相鄰 (此時 4 個 C 有 $C_3^8 = 56$ 種插入後排法)

$$\begin{array}{ccccccc} \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & & \\ A & A & A & A & & & \\ B & B & B & & B & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 1 = 3$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ BB & B & B & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 1 = 3$$

當此排列同字母有 2 個相鄰 (此時 4 個 C 有 $C_2^7 = 21$ 種插入後排法)

$$\begin{array}{ccccccc} \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & & \\ A & A & A & A & & & \\ BB & B & B & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ B & BB & B & & & & \end{array} \Rightarrow 6 \times 2 = 12$$

當此排列同字母有 3 個相鄰 (此時 4 個 C 有 $C_1^6 = 6$ 種插入後排法)

$$\begin{array}{ccccccc} \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & & \\ A & A & A & A & & & \\ BB & B & & & B & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ B & BB & & & B & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 1 = 3$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ BBB & B & & & & & \end{array} \Rightarrow 6 \times 1 = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ BB & BB & & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 1 = 3$$

當此排列同字母有 4 個相鄰 (此時 4 個 C 有 $C_0^5 = 1$ 種排法)

$$\begin{array}{ccccccc} \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & & \\ A & A & A & A & & & \\ BBB & B & & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ BBB & BB & & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ B & BBB & & & & & \end{array} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

當此排列同字母有 5 個 (或以上) 相鄰, 則 C 插入後不可能使同字母皆不相鄰

$$2 \times 126 + (3+3) \times 56 + (6+12) \times 21 + (6+3+6+3) \times 6 + (6+6+6) \times 1 = 1092$$

A: 1092 種

10

陽明論數 答案紙

第 28 期 本期發布日期: 2024/05/20
 班級: 201 座號: 4 姓名: 吳松偉

主辦單位: 桃園市立陽明高中數學科

注意事項 1: 請使用黑色或藍色原子筆作答

注意事項 2: 請將答案投入數學科辦公室內陽明論數投稿箱中。

把 B 分堆插入 A 堆裡 (ex: B, B, B, B 插 AAAA 之間

⇒ BABABABA)

0: 在 A 堆外

1: 在 A 堆內

B, B, B, B 插進 AAAA 之間

B	B	B	B
---	---	---	---

0	0	1	1
---	---	---	---

0	1	1	1
---	---	---	---

⇒ BABABAAAB ⇒ $C_2^3 C_3^8 = 168$

⇒ BABABABABA ⇒ $C_1^2 C_4^9 = 252$

再把 C 插入 AB 堆裡

B, B, BB 插進 AAAA 之間

B	B	BB
---	---	----

0	0	1
---	---	---

0	1	0
---	---	---

1	1	0
---	---	---

1	1	1
---	---	---

0	1	1
---	---	---

⇒ BABBBAAAB ⇒ $C_1^3 C_1^6 = 18$

⇒ BABAAABB ⇒ $2! C_1^3 C_1^6 = 36$

⇒ BBABABAA ⇒ $C_1^2 C_2^3 C_2^7 = 126$

⇒ ABABABBA ⇒ $\frac{3!}{2!} C_3^8 = 168$

⇒ BABABBBAA ⇒ $C_1^2 C_2^3 \times 2! \times C_2^7 = 252$

B, BBB 插進 AAAA 之間

B	BBB
---	-----

1	1
---	---

0	1
---	---

1	0
---	---

⇒ ABABBBBAA ⇒ $C_2^3 \times 2! \times C_1^6 = 36$

⇒ BABBBBAAA ⇒ $C_1^2 C_1^3 = 6$

⇒ BBBBABAAA ⇒ $C_1^2 C_1^3 = 6$

BB, BB 插進 AAAA 之間

BB	BB
----	----

1	1
---	---

0	1
---	---

⇒ ABBABBBAA ⇒ $C_2^3 C_1^6 = 18$

⇒ BBABBBAAA ⇒ $C_1^2 C_1^3 = 6$

把所有組合相加

⇒ $252 \times 2 + 168 \times 2 + 36 \times 2 + 18 \times 2 + 6 \times 3 + 126$

$= 1092$

$A = 1092$

10